未来へひろがる

数学 2

教科書 全問題

問題 冊子

5章 図形の性質と証明

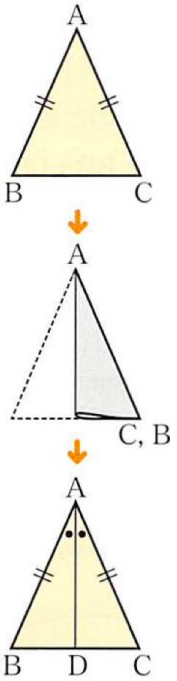
5章 図形の性質と証明

1節 三角形

1 二等辺三角形

二等辺三角形の性質を見つけ，それを証明しましょう。

△ABC で，
AB＝AC ならば，∠B＝∠C である　……(ア)



問1 上の(ア)のことがらの仮定と結論を，次の□に書き入れなさい。

P.120

△ABC で，

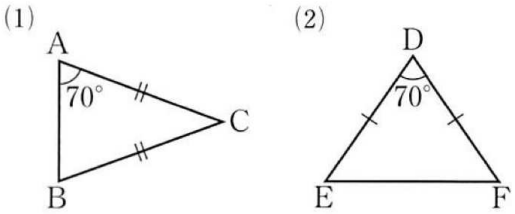
仮定 □　　結論 □

二等辺三角形の底角

二等辺三角形の 2 つの底角は等しい。

問2 右の図の三角形は，同じ印をつけた辺の長さが等しい二等辺三角形です。わかっていない内角の大きさを求めなさい。 p.173 33

P.122



二等辺三角形の頂角の二等分線

二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。

問3 AB＝ACの二等辺三角形ABCで，底辺BCの中点をMとすると，

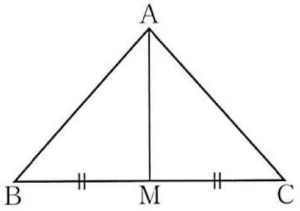
P.123

∠BAM＝∠CAM，　AM⊥BC

となります。

(1) 上のことがらの仮定と結論を，記号を使って書きなさい。

(2) 上のことがらを証明しなさい。



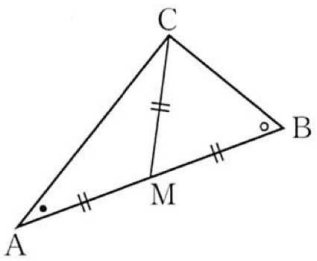
自分のことばで伝えよう

P.123

右の図のような△ABCがあります。

点Mは辺ABの中点で，MA＝MCです。

このとき，∠ACBの大きさは何度になるでしょうか。また，その大きさになる理由を説明しましょう。



2角が等しい三角形

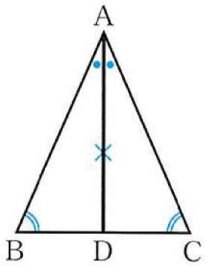
△ABC で，∠B＝∠C ならば，AB＝AC　……(イ)

であることを証明しましょう。

問4　(イ)の証明で，□にあてはまるものを書き入れなさい。

P.124

証明



∠A の二等分線をひき，BC との交点を D とする。

△ABD と △ACD で，

AD は ∠A の二等分線だから，

∠BAD＝∠□　……①

仮定より，

∠B＝∠□　……②

三角形の内角の和が 180° であることと，①，②から，

∠ADB＝∠□　……③

また，AD は共通だから，

AD＝AD　……④

①，③，④から，1 組の辺とその両端の角が，

それぞれ等しいので，

△ABD≡△ACD

合同な図形では，対応する辺は等しいので，

AB＝AC

2角が等しい三角形

2 つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。

問5　AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，底角∠B，∠C の二等分線をひき，その交点を P とします。

P.124

(1)　上のことがらにあう図をノートにかきなさい。

(2)　△PBC が二等辺三角形となることを証明しなさい。

逆

問6 次のことがらの逆をいいなさい。

P.125

(1) △ABC と △DEF で，

△ABC ≡ △DEF ならば，AB = DE，BC = EF，CA = FD

(2) △ABC と △DEF で，

△ABC ≡ △DEF ならば，∠A = ∠D，∠B = ∠E，∠C = ∠F

問7 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しいかどうかを調べて，正しくない場合には反例を示しなさい。

P.126

(1) 整数 a，b で，a も b も奇数（きすう）ならば，$a+b$ は偶数（ぐうすう）である。

(2) △ABC で，∠A = 90° ならば，∠B + ∠C = 90° である。

正三角形

P.127

問 8 △ABC で，

∠A＝∠B＝∠C ならば，AB＝BC＝CA である

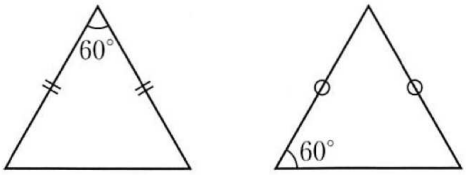
ことを証明しなさい。

練習問題 1 二等辺三角形

P.127

① 頂角が 60° の二等辺三角形は，どんな三角形ですか。

また，底角が 60° の二等辺三角形は，どんな三角形ですか。

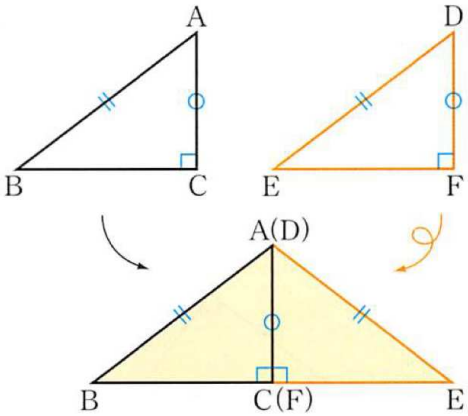


2 直角三角形の合同

直角三角形が合同になる条件を考えましょう。

(ア) △DEF を裏返して，等しい辺 AC と DF を重ね，右のような図をつくる。

(イ) ∠ACB＝∠DFE＝90° だから，点 B，C，E は一直線上に並び，△ABE ができる。



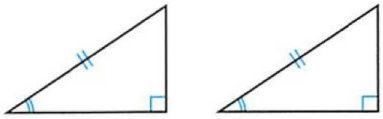
問 1 上の(イ)でできた△ABE は，どんな三角形ですか。
また，∠B と等しいといえる角はどれですか。

P.129

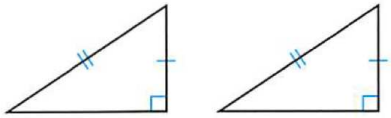
直角三角形の合同条件

2 つの直角三角形は，次の各場合に合同である。

❶ **斜辺と 1 つの鋭角** が，それぞれ等しいとき

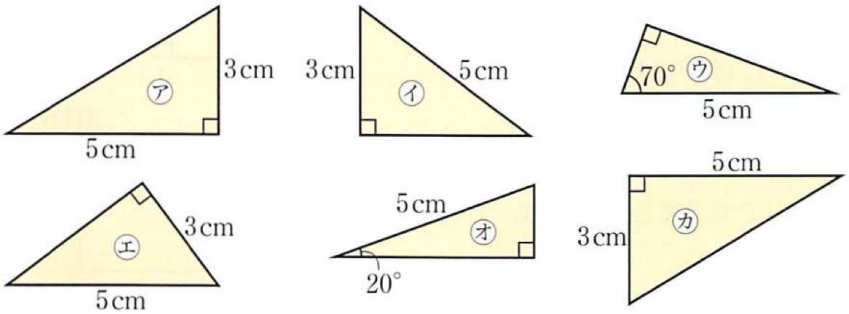


❷ **斜辺と他の 1 辺** が，それぞれ等しいとき



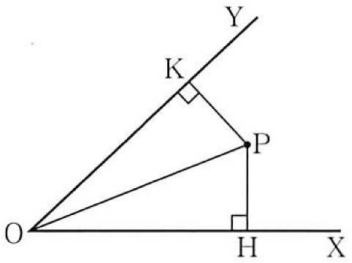
問 2 下の図の三角形を，合同な三角形の組に分けなさい。
また，そのとき使った合同条件をいいなさい。

P.130



問3 ∠XOY の二等分線上の点 P から，2 辺 OX，OY に，垂線 PH，PK をそれぞれひくとき，PH＝PK となることを証明しなさい。

P.131



練習問題　2 直角三角形の合同

1 AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，頂点 A から底辺 BC に垂線をひき，その交点を H とします。

P.131

(1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。

(2) BH＝CH となることを証明しなさい。

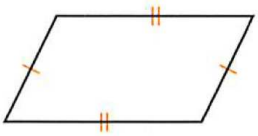
2節 四角形

1 平行四辺形の性質

平行四辺形の性質を見つけ，
それを証明しましょう。

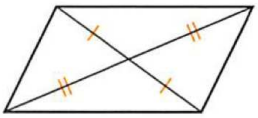
平行四辺形の性質

❶ 平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は，
それぞれ等しい。



❷ 平行四辺形の 2 組の向かいあう角は，
それぞれ等しい。

❸ 平行四辺形の対角線は，
それぞれの中点で交わる。

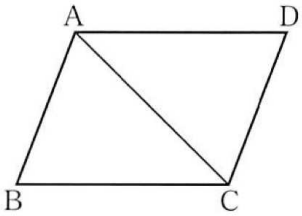


問1 ▱ABCD について，次の問いに答えなさい。

(1) 132 ページの平行四辺形の性質❷「平行四辺形の 2 組の向かいあう角は，それぞれ等しい」の仮定と結論を書き入れなさい。

四角形 ABCD で，
仮定 [　　]　結論 [　　]

(2) 前ページの平行四辺形の性質❶の証明で，△ABC ≡ △CDA を示しました。
このことを使って，平行四辺形の性質❷を証明しなさい。



問1 ▱ABCD について，次の問いに答えなさい。

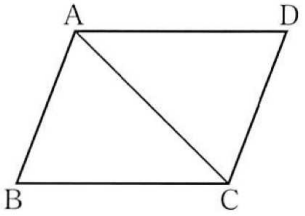
(1) 132 ページの平行四辺形の性質❷「平行四辺形の2組の向かいあう角は，それぞれ等しい」の仮定と結論を書き入れなさい。

P.134

四角形 ABCD で，

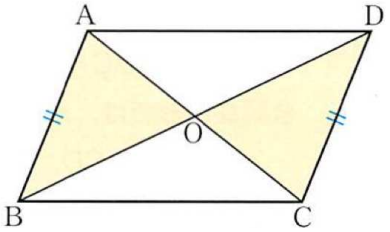
仮定 [　　]　結論 [　　]

(2) 前ページの平行四辺形の性質❶の証明で，△ABC ≡ △CDA を示しました。このことを使って，平行四辺形の性質❷を証明しなさい。



問2 右の図の ▱ABCD で，平行四辺形の性質❸を証明しなさい。

P.134



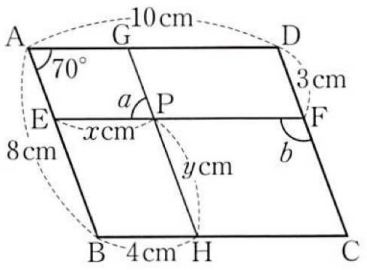
① 右の図の ▱ABCD で，

AB // GH，AD // EF

P.135

とします。

このとき，図の x，y の値，$\angle a$，$\angle b$ の大きさを，それぞれ求めなさい。



2 平行四辺形になる条件

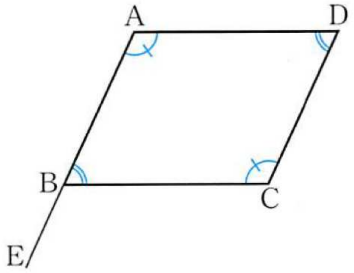
どんな四角形が平行四辺形になるかを考えましょう。

問1 四角形 ABCD で，

P.137

∠A＝∠C，∠B＝∠D ならば， 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを，次の手順で証明しなさい。

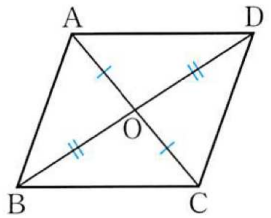


(ア) ∠A＋∠B の大きさを求める。

(イ) (ア)のことを使って，AD // BC が成り立つことを示す。

(ウ) AB // DC が成り立つことを示す。

問2 四角形 ABCD で，対角線の交点を O とするとき，



P.137

AO＝CO，BO＝DO ならば， 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを証明しなさい。

問3 四角形 ABCD で，

P.138

AD＝BC，AD∥BC ならば， 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを証明しなさい。

平行四辺形になる条件

四角形は，次の各場合に平行四辺形である。

❶ 2組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるとき（定義）

❷ 2組の向かいあう辺が，それぞれ等しいとき

❸ 2組の向かいあう角が，それぞれ等しいとき

❹ 対角線が，それぞれの中点で交わるとき

❺ 1組の向かいあう辺が，等しくて平行であるとき

問4 次のような四角形ABCDは，平行四辺形であるといえますか。

P.138

(1) $\angle A = 80^\circ$，$\angle B = 100^\circ$，$\angle C = 80^\circ$，$\angle D = 100^\circ$

(2) $AB = 4\text{cm}$，$BC = 6\text{cm}$，$CD = 6\text{cm}$，$DA = 4\text{cm}$

(3) $\angle A = 70^\circ$，$\angle B = 110^\circ$，$AD = 3\text{cm}$，$BC = 3\text{cm}$

P.138

自分のことばで伝えよう

四角形ABCDで，

$\angle A = 65^\circ$，$\angle B = 115^\circ$，$\angle C = 65^\circ$，$AB = 5\text{cm}$

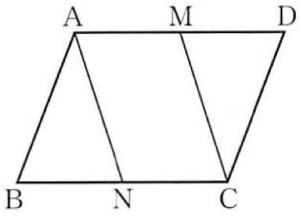
のとき，CDの長さは何cmになるでしょうか。

また，その長さになる理由を説明しましょう。

問5 ▱ABCD の辺 AD，BC の中点を，それぞれ，M，N とします。

P.139

このとき，四角形 ANCM は平行四辺形であることを証明しなさい。



3 長方形，ひし形，正方形

平行四辺形の特別なものについて調べましょう。

自分のことばで伝えよう

P.140

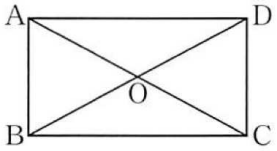
ひし形は平行四辺形であるといえますか。

また，正方形は平行四辺形であるといえますか。

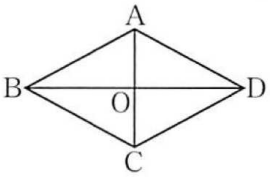
P.140

(ア) 長方形の対角線の長さは等しい。

(イ) ひし形の対角線は垂直に交わる。



問1 上の(ア)，(イ)を証明しなさい。



問2 正方形の対角線については，どんなことがいえますか。

四角形の対角線の性質

❶ 長方形の対角線は，長さが等しい。
❷ ひし形の対角線は，垂直に交わる。
❸ 正方形の対角線は，長さが等しく，垂直に交わる。

問3 ▱ABCD は，2 つの対角線 AC，BD にどんな関係があるとき，長方形やひし形になりますか。

P.141

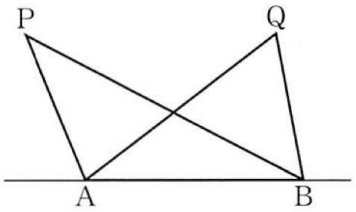
4 平行線と面積

面積を変えずに，図形の形を変える方法を学びましょう。

問1 辺 AB が共通な △PAB と △QAB があります。右の図のように，頂点 P，Q が直線 AB の同じ側にあるとき，次のことを証明しなさい。

△PAB ＝ △QAB ならば，PQ // AB

P.142

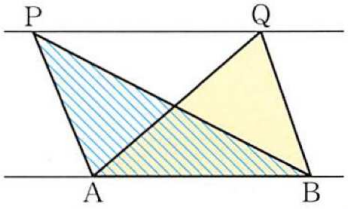


底辺が共通な三角形

1つの直線上の2点A，Bと，その直線の同じ側にある2点P，Qについて，

❶ PQ // AB ならば，△PAB＝△QAB

❷ △PAB＝△QAB ならば，PQ // AB



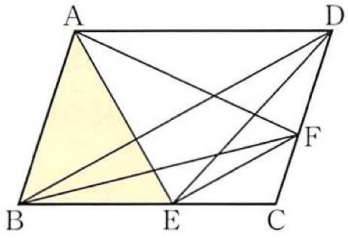
練習問題

4 平行線と面積

1 右の図で，四角形ABCDは平行四辺形で，EF // BD とします。

P.143

このとき，図の中で，△ABEと面積の等しい三角形を，すべて見つけなさい。



5章の基本のたしかめ

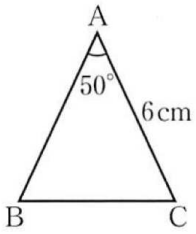
P.144

1 右の図の △ABC は，AB＝AC の二等辺三角形です。

□にあてはまる数を書き入れなさい。

AB＝□cm

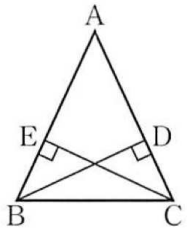
∠C＝□°



2 AB＝AC の二等辺三角形 ABC があります。

B，C から，それぞれ，AC，AB に垂線 BD，CE をひくとき，

BE＝CD であることを証明しなさい。



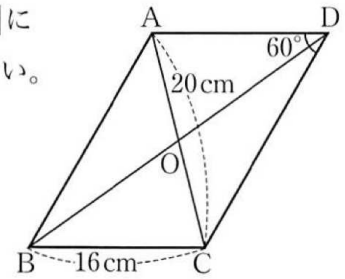
3 右の図の ▱ABCD で，□に
あてはまる数を書き入れなさい。

AD＝□cm

OA＝□cm

∠ABC＝□°

∠BCD＝□°

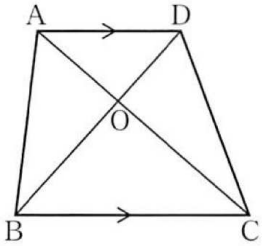


4 次の四角形は，平行四辺形であるといえますか。

(1) AB∥DC，∠A＝∠C である四角形 ABCD

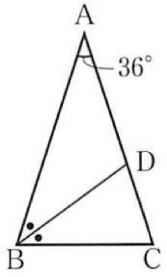
(2) AD∥BC，AB＝CD である四角形 ABCD

5 右の図で，AD∥BC であるとき，面積が等しい三角形の組をすべて見つけなさい。

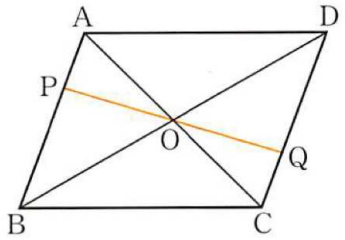


5章の章末問題

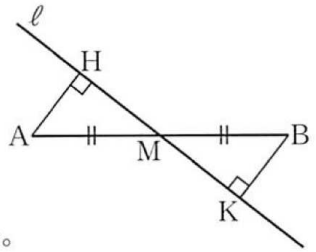
1 頂角 ∠A の大きさが 36° の二等辺三角形 ABC で，底角 ∠B の二等分線が辺 AC と交わる点を D とします。
BC＝5cm のとき，BD，AD の長さを求めなさい。



2 ▱ABCD で，右の図のように，対角線の交点 O を通る直線をひき，2 辺 AB，CD との交点を，それぞれ P，Q とします。
このとき，OP＝OQ となることを証明しなさい。



3 線分 AB の中点 M を通る直線 ℓ に，
線分の両端（りょうたん） A，B から，それぞれ，
垂線 AH，BK をひきます。



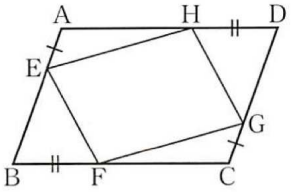
(1) AH＝BK であることを証明しなさい。

(2) 四角形 AKBH はどんな四角形になりますか。

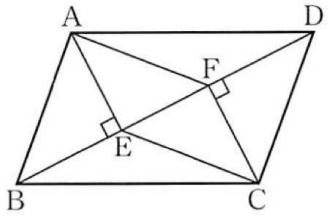
4 ▱ABCD の辺 AB，BC，CD，DA 上に，
それぞれ，点 E，F，G，H を，

AE＝CG，BF＝DH

となるようにとります。
このとき，四角形 EFGH は，どんな四角形になりますか。



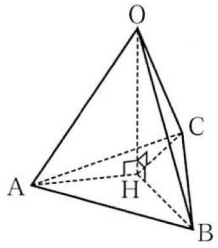
5 ▱ABCD で，A，C から，対角線 BD へ，それぞれ，垂線 AE，CF をひきます。
このとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



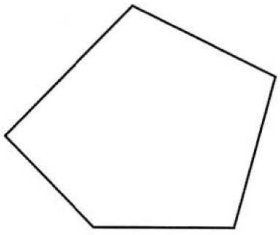
6 OA＝OB＝OC の三角錐（さんかくすい） OABC があります。
頂点 O から，底面 ABC に垂線 OH をひくとき，

AH＝BH＝CH

であることを証明しなさい。



7

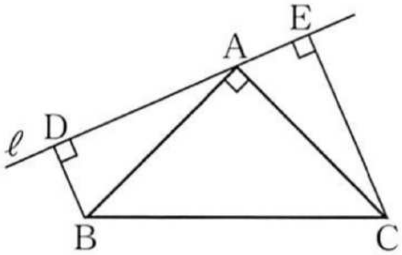


左の図の五角形と面積の等しい三角形をかきなさい。

線分の長さの関係は？

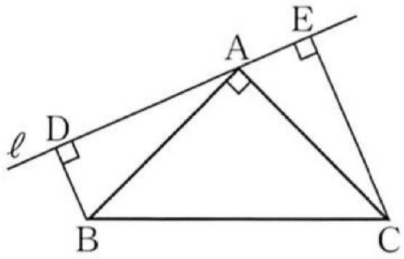
千思万考 ～せんしばんこう～

右の図のように，∠A＝90° の直角二等辺三角形 ABC と点 A を通る直線 ℓ があります。
点 B，C から，直線 ℓ に，それぞれ，垂線 BD，CE をひいたときについて考えます。



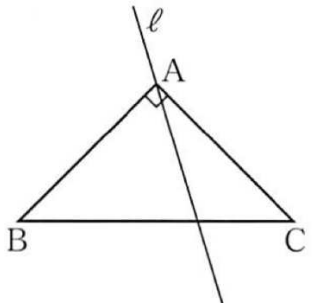
1. △ABD≡△CAE であることを証明しましょう。

右の図のように，$\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC と点 A を通る直線 ℓ があります。
点 B，C から，直線 ℓ に，それぞれ，垂線 BD，CE をひいたときについて考えます。



2. BD＋CE＝DE であることを証明しましょう。

こんどは，右の図のように，点 A を通る直線 ℓ が，
△ABC の内部を通るときについて考えます。
上の場合と同じように，点 B，C から，
直線 ℓ に，それぞれ，垂線 BD，CE を
ひきます。



3. 点 D，E を図にかき入れましょう。

4. 3 つの線分 BD，CE，DE の長さの間には，
どんな関係があるでしょうか。

未来へひろがる

数学 2

教科書 全問題

問題 冊子

5章 図形の性質と証明

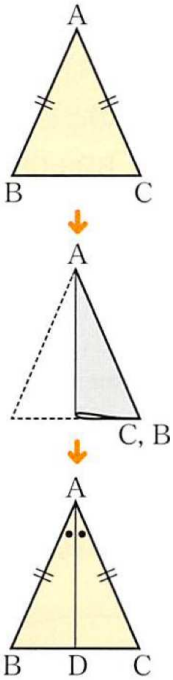
5章 図形の性質と証明

1節 三角形

1 二等辺三角形

二等辺三角形の性質を見つけ，それを証明しましょう。

△ABC で，
AB＝AC ならば，∠B＝∠C である　……(ア)



問1 上の(ア)のことがらの仮定と結論を，次の□に書き入れなさい。

P.120

△ABC で，
仮定 AB=AC　　結論 ∠B=∠C

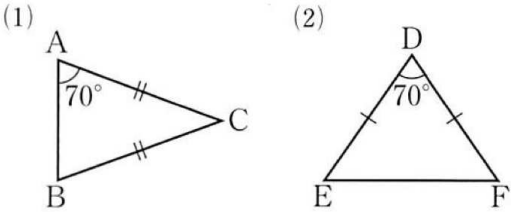
ならば の「前」… 仮定
「後」… 結論

二等辺三角形の底角

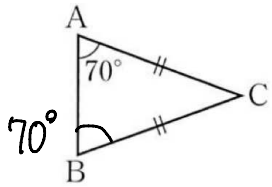
二等辺三角形の２つの底角は等しい。

問2 右の図の三角形は，同じ印をつけた辺の長さが等しい二等辺三角形です。わかっていない内角の大きさを求めなさい。 p.173 33

P.122



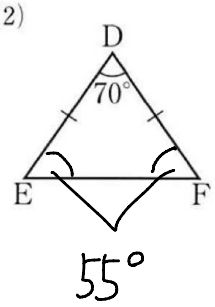
(1)



・2つの底角は等しいので
∠B＝∠A＝70°

・三角形の内角の和は180°
より ∠C＝180－70×2＝40°

(2)



・2つの底角は等しいので
$\frac{180-70}{2}=55°$

二等辺三角形の頂角の二等分線

二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。

問3 AB＝ACの二等辺三角形ABCで，底辺BCの中点をMとすると，

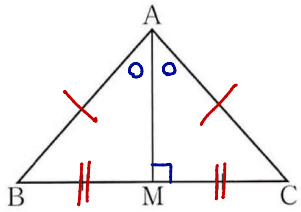
∠BAM＝∠CAM，　AM⊥BC

となります。

(1)　上のことがらの仮定と結論を，記号を使って書きなさい。

(2)　上のことがらを証明しなさい。

P.123



(1)　仮定 … AB＝AC，BM＝CM

結論 … ∠BAM＝∠CAM，AM⊥BC

(2)　△ABM と △ACM で

AB ＝ AC　（仮定）…①

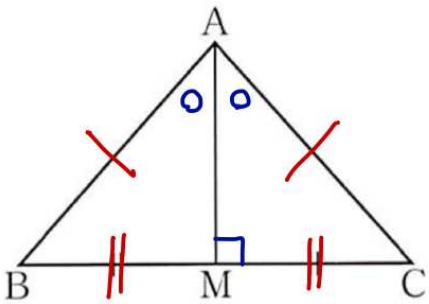
BM ＝ CM　（仮定）…②

AM ＝ AM　（共通）…③

①，②，③より

3組の辺がそれぞれ等しいので

△ABM ≡ △ACM



合同な図形では対応する角の大きさが等しいので，∠BAM＝∠CAM。

∠AMB＝∠AMC で一直線180°より

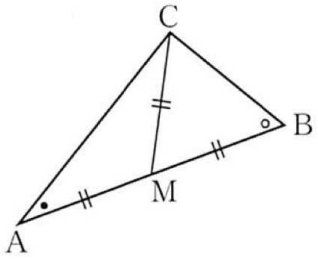
∠AMB＝∠AMC＝90° なので AM⊥BC

□

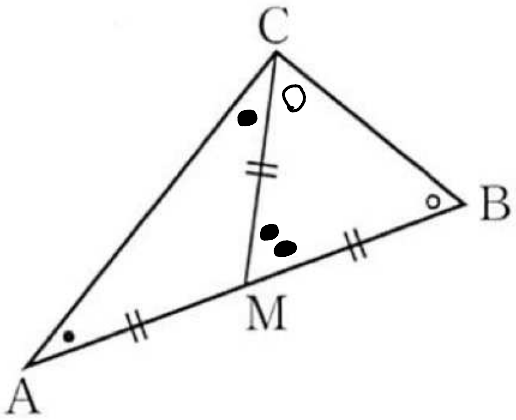
自分のことばで伝えよう

P.123

右の図のような△ABCがあります。
点Mは辺ABの中点で，MA＝MCです。
このとき，∠ACBの大きさは何度になるでしょうか。
また，その大きさになる理由を説明しましょう。



① △AMCは MA＝MC
の二等辺三角形なので
∠MAC＝∠MCA＝●



② △AMCで外角の性質より
∠CMB＝∠CAM＋∠ACM
＝●＋●＝2●

③ △MBCは MB＝MC
の二等辺三角形なので
∠MBC＝∠MCB＝○

④ △MBCの内角の和は180°なので
2○＋2●＝180°
↓両辺÷2
○＋●＝90°
∠ACB＝○＋●＝90°

2角が等しい三角形

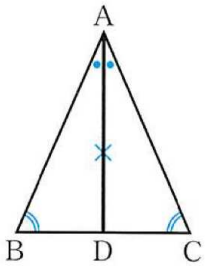
△ABCで，∠B＝∠Cならば，AB＝AC　……(イ)

であることを証明しましょう。

問4　(イ)の証明で，□にあてはまるものを書き入れなさい。

P.124

証明



∠Aの二等分線をひき，BCとの交点をDとする。

△ABDと△ACDで，

ADは∠Aの二等分線だから，

∠BAD＝∠CAD　……①

仮定より，

∠B＝∠C　……②

三角形の内角の和が180°であることと，①，②から，

∠ADB＝∠ADC　……③

また，ADは共通だから，

AD＝AD　……④

①，③，④から，1組の辺とその両端の角が，

それぞれ等しいので，

△ABD≡△ACD

合同な図形では，対応する辺は等しいので，

AB＝AC

2角が等しい三角形

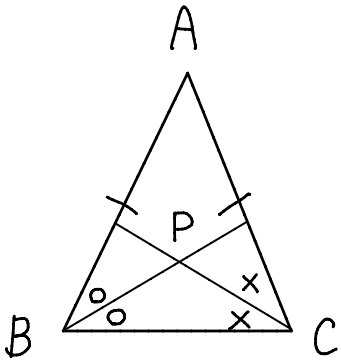
2つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。

問5　AB＝ACの二等辺三角形ABCで，底角∠B，∠Cの二等分線をひき，その交点をPとします。

P.124

(1)　上のことがらにあう図をノートにかきなさい。

(2)　△PBCが二等辺三角形となることを証明しなさい。



(2)　∠ABP＝∠PBC＝○（仮定）…①

∠ACP＝∠PCB＝×（仮定）…②

二等辺三角形は2つの底角が

等しいので　∠ABC＝∠ACB…③

①，②，③より　○＝×となり

△PBCは2つの角が等しくなり

△PBCは二等辺三角形　□

逆

問6 次のことがらの逆をいいなさい。

(1) △ABC と △DEF で，
△ABC ≡ △DEF ならば，AB = DE，BC = EF，CA = FD

P.125

(2) △ABC と △DEF で，
△ABC ≡ △DEF ならば，∠A = ∠D，∠B = ∠E，∠C = ∠F

(1) △ABC と △DEF で
AB = DE，BC = EF，CA = FD ならば △ABC ≡ △DEF

(2) △ABC と △DEF で
∠A = ∠D，∠B = ∠E，∠C = ∠F ならば △ABC ≡ △DEF

問7 次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しいかどうかを調べて，正しくない場合には反例を示しなさい。

P.126

(1) 整数 a，b で，a も b も奇数（きすう）ならば，$a+b$ は偶数（ぐうすう）である。

(2) △ABC で，∠A = 90° ならば，∠B + ∠C = 90° である。

(1) 整数 a，b で，a+b は偶数 ならば a も b も奇数 である。

a+b = 6（偶数）だが、a = 4，b = 2 のように
a も b も偶数 で成り立つので「正しくない」。

---

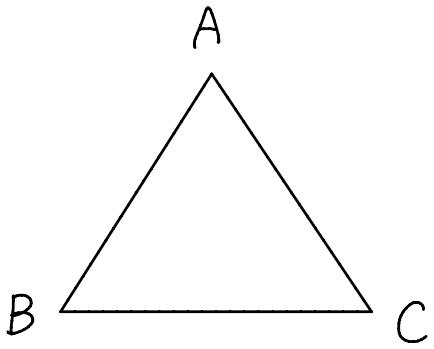
(2) △ABC で，∠B + ∠C = 90° ならば ∠A = 90°

三角形の内角の和 = 180° より
∠A + ∠B + ∠C = 180°
仮定より ∠B + ∠C = 90° なので 代入して，
∠A + 90° = 180°
∠A = 90°　よって「正しい」

正三角形

P.127

問8 △ABC で，
∠A＝∠B＝∠C ならば，AB＝BC＝CA である
ことを証明しなさい。



∠A＝∠B より AC＝BC が成立。
∠A＝∠C より AB＝BC が成立。
よって AB＝BC＝CA □

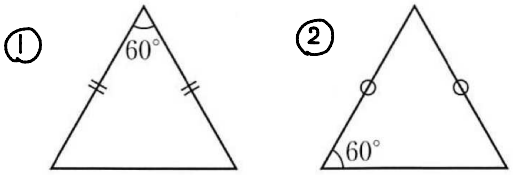
Point
2つの角が等しいならば 二等辺三角形 の利用。

練習問題

1 二等辺三角形

P.127

① 頂角が 60° の二等辺三角形は，どんな三角形ですか。
また，底角が 60° の二等辺三角形は，どんな三角形ですか。



① 三角形の内角の和 ＝ 180° なので
2つの底角は $\frac{180-60}{2}$ ＝ 60°
3つの角が 60° なので 正三角形 //

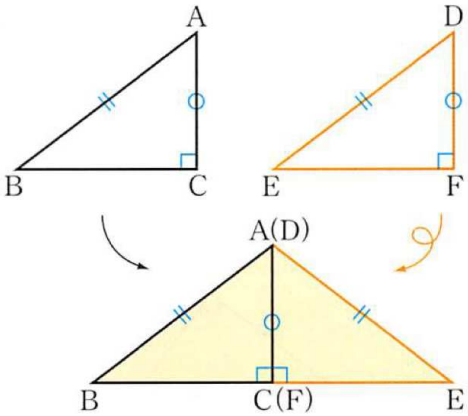
② 2つの辺が等しいので 二等辺三角形 となり
底角は共に 60° となる。よって頂角も 60° で
正三角形 //

2 直角三角形の合同

直角三角形が合同になる条件を考えましょう。

(ア) △DEF を裏返して，等しい辺 AC と DF を重ね，右のような図をつくる。

(イ) ∠ACB＝∠DFE＝90° だから，点 B，C，E は一直線上に並び，△ABE ができる。



問1 上の(イ)でできた△ABE は，どんな三角形ですか。
また，∠B と等しいといえる角はどれですか。

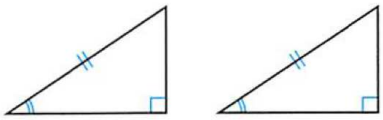
P.129

AB＝AE なので 二等辺三角形。　∠B＝∠E

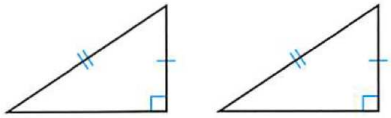
直角三角形の合同条件

2 つの直角三角形は，次の各場合に合同である。

❶ **斜辺と 1 つの鋭角** が，それぞれ等しいとき

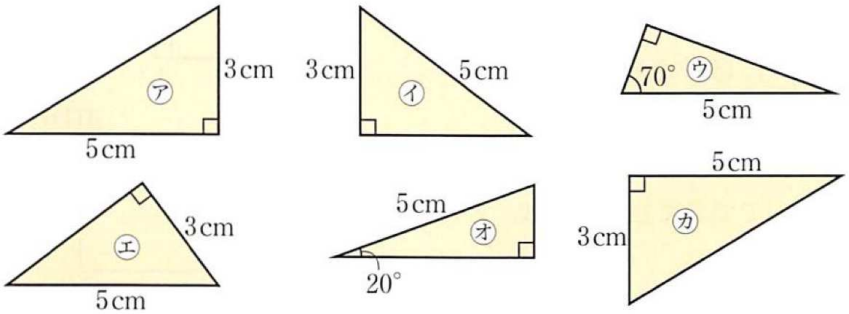


❷ **斜辺と他の 1 辺** が，それぞれ等しいとき



問2 下の図の三角形を，合同な三角形の組に分けなさい。
また，そのとき使った合同条件をいいなさい。

P.130

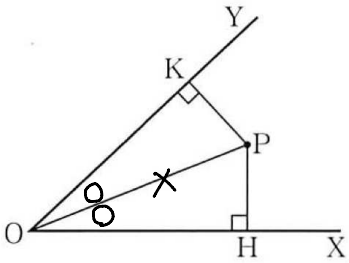


㋑ と ㋓　斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。

㋒ と ㋔　斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

問3 ∠XOY の二等分線上の点 P から，2 辺 OX，OY に，垂線 PH，PK をそれぞれひくとき，PH＝PK となることを証明しなさい。

P.131



△POH と △POK で

∠POH ＝ ∠POK （仮定） … ①

PO ＝ PO （共通） … ②

∠PHO ＝ ∠PKO （仮定） … ③

①，②，③ より 斜辺 と 1つの鋭角 が

それぞれ等しいので

△POH ≡ △POK

合同な図形では対応する辺の長さが等しいので

PH ＝ PK □

練習問題

2 直角三角形の合同

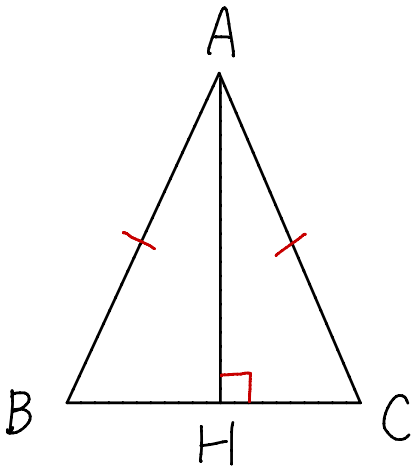
1 AB＝AC の二等辺三角形 ABC で，頂点 A から底辺 BC に垂線をひき，その交点を H とします。

P.131

(1) 上のことがらにあう図をノートにかきなさい。

(2) BH＝CH となることを証明しなさい。

(1) 右図



(2) 仮定を赤，結論を青で示した。

（証明）

△ABH と △ACH で

AB ＝ AC （仮定）… ①

∠AHB ＝ ∠AHC ＝ 90° … ②

AH ＝ AH （共通）… ③

①，②，③ より 斜辺と他の1辺が

それぞれ等しいので，△ABH ≡ △ACH

合同な図形では，対応する辺の長さが

等しいので BH ＝ CH □

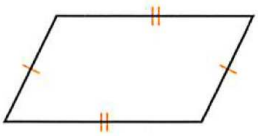
2節 四角形

1 平行四辺形の性質

平行四辺形の性質を見つけ，それを証明しましょう。

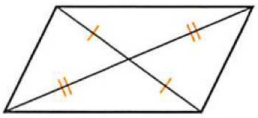
平行四辺形の性質

❶ 平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は，それぞれ等しい。



❷ 平行四辺形の 2 組の向かいあう角は，それぞれ等しい。

❸ 平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わる。



問1 ▱ABCD について，次の問いに答えなさい。

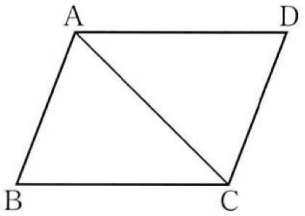
(1) 132 ページの平行四辺形の性質❷「平行四辺形の 2 組の向かいあう角は，それぞれ等しい」の仮定と結論を書き入れなさい。

仮定 … AB // DC
AD // BC

結論 … ∠A = ∠C
∠B = ∠D

四角形 ABCD で，
仮定 [　　]　結論 [　　]

(2) 前ページの平行四辺形の性質❶の証明で，△ABC ≡ △CDA を示しました。このことを使って，平行四辺形の性質❷を証明しなさい。



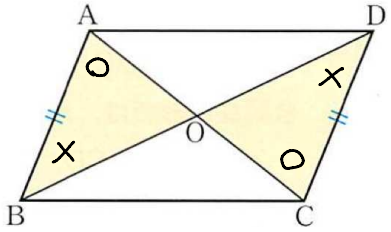
∠A = ∠C，∠B = ∠D を示す。

❶ 平行四辺形の 2 組の向かいあう辺は，それぞれ等しい。

∵ △ABC ≡ △CDA なので
合同な図形では対応する角の大きさは等しく，∠B = ∠D。
また，∠BAC + ∠DAC = ∠DCA + ∠BCA がいえるので
∠A = ∠C
□

問2 右の図の ▱ABCD で，平行四辺形の性質❸を証明しなさい。

P.134



（証明） △ABO と △CDO で

∠BAO = ∠DCO （AB//DCの錯角）…①

∠ABO = ∠CDO （AB//DCの錯角）…②

AB = CD （平行四辺形の向かい合う辺は等しい）…③

①，②，③より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △ABO ≡ △CDO

よって AO = CO，BO = DO がいえるので

対角線はそれぞれの中点で交わる

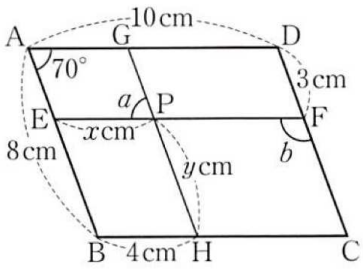
□

① 右の図の ▱ABCD で，

AB // GH，AD // EF

P.135 とします。

このとき，図の x，y の値，$\angle a$，$\angle b$ の大きさを，それぞれ求めなさい。



- $\angle a = \angle EFG = 70°$
- $\angle b = \angle EPH = 180 - 70 = 110°$
  同位角　($\angle a$)
- $x = BH = 4$ cm
- $y = AB - AE = 8 - 3 = 5$ cm
  (DF)

2 平行四辺形になる条件

どんな四角形が平行四辺形になるかを考えましょう。

問1 四角形 ABCD で，

P.137

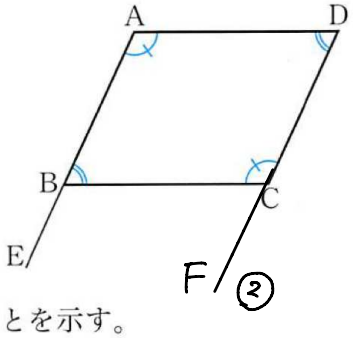
> ∠A＝∠C，∠B＝∠D ならば，
> 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを，次の手順で証明しなさい。

(ア) ∠A＋∠B の大きさを求める。

(イ) (ア)のことを使って，AD // BC が成り立つことを示す。

(ウ) AB // DC が成り立つことを示す。



(ア) 四角形の内角の和 ＝ 360° より

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

仮定より $\angle A = \angle C$，$\angle B = \angle D$ なので　代入して

$2\angle A + 2\angle B = 360°$

両辺÷2

$\angle A + \angle B = 180°$ …①

(イ) $\angle B + \angle EBC = 180°$ (一直線) より

$\angle EBC = 180° - \angle B$

①を変形し，$\angle A = 180° - \angle B$ なので $\angle EBC = \angle A$ となり

同位角が等しいので AD // BC

(ウ) 図の②の延長線より $\angle C + \angle BCF = 180°$

$\angle BCF = 180° - \angle C$

$= 180° - \angle A = \angle B$

錯角が等しいので AB // DC

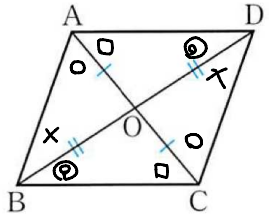
□

問2 四角形 ABCD で，対角線の交点を O とするとき，

P.137

> AO＝CO，BO＝DO ならば，
> 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを証明しなさい。



△ABO と △CDO で

AO ＝ CO　（仮定）…①

BO ＝ DO　（仮定）…②

∠AOB ＝ ∠COB　（対頂角）…③

①，②，③より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので △ABO ≡ △CDO

合同な図形では，対応する角の大きさが等しいので，○や×のところの錯角が等しくなり AB // DC

△AOD と △COB で同様にして

□や◎のところの錯角が等しくなり AD // BC

以上より

2組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので

四角形 ABCD は平行四辺形である

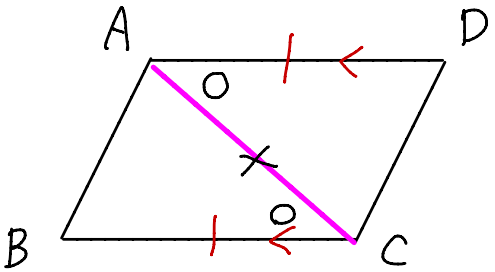
□

問3 四角形 ABCD で，

P.138

> AD＝BC，AD // BC ならば，
> 四角形 ABCD は平行四辺形である。

このことを証明しなさい。



対角線 AC を引いて，△ABC と △CDA で考える。

BC ＝ DA　（仮定）…①

∠BCA ＝ ∠DAC　（AD // BC の錯角）…②

AC ＝ CA　（共通）…③

①，②，③より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので △ABC ≡ △CDA

よって AB＝CD となり …④

①，④より 2組の向かいあう辺がそれぞれ等しいので 平行四辺形である

□

Point

四角形 1つだと説明できないので，
補助線を用いて
三角形 2つを作る！

平行四辺形になる条件

四角形は，次の各場合に平行四辺形である。

❶ 2組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるとき（定義）

❷ 2組の向かいあう辺が，それぞれ等しいとき

❸ 2組の向かいあう角が，それぞれ等しいとき

❹ 対角線が，それぞれの中点で交わるとき

❺ 1組の向かいあう辺が，等しくて平行であるとき

問4 次のような四角形ABCDは，平行四辺形であるといえますか。

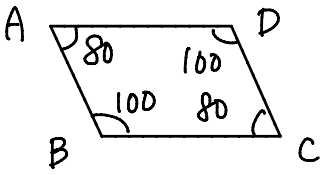
P.138

(1) ∠A＝80°，∠B＝100°，∠C＝80°，∠D＝100°

(2) AB＝4cm，BC＝6cm，CD＝6cm，DA＝4cm

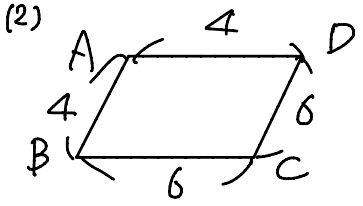
(3) ∠A＝70°，∠B＝110°，AD＝3cm，BC＝3cm

(1)



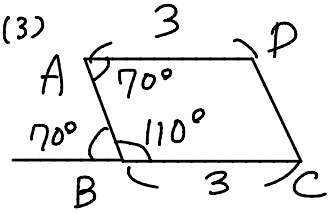
平行四辺形になる条件③に当てはまる ○

(2)



②に当てはまらず ×

(3)



⑤に当てはまる ○

P.138

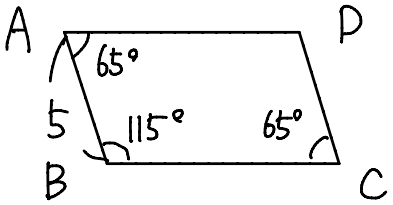
自分のことばで伝えよう

四角形ABCDで，

∠A＝65°，∠B＝115°，∠C＝65°，AB＝5cm

のとき，CDの長さは何cmになるでしょうか。

また，その長さになる理由を説明しましょう。



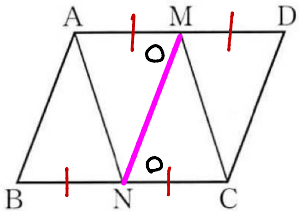
∠D＝360－(65＋115＋65)
＝115° なので

2組の向かいあう角が
それぞれ等しいので平行四辺形
となり，CD＝AB＝5cm

問5 ▱ABCD の辺 AD，BC の中点を，それぞれ，M，N とします。

P.139

このとき，四角形 ANCM は平行四辺形であることを証明しなさい。



AM // NC (AD // BC) … ①

AM = $\frac{1}{2}$AD = $\frac{1}{2}$BC = CN … ②

①，②より　1組の向かいあう辺が等しくて平行なので　平行四辺形である □

3 長方形，ひし形，正方形

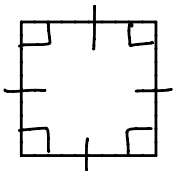
平行四辺形の特別なものについて調べましょう。

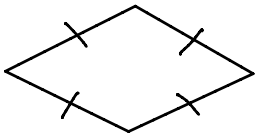
自分のことばで伝えよう

P.140

ひし形は平行四辺形であるといえますか。

また，正方形は平行四辺形であるといえますか。





2組の向かいあう辺がそれぞれ等しいので平行四辺形である。

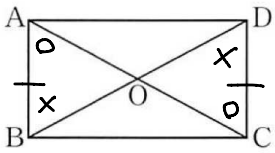
4つの辺と4つの角がすべて等しいので

同じ理由で平行四辺形。

P.140

(ア)　長方形の対角線の長さは等しい。

(イ)　ひし形の対角線は垂直に交わる。



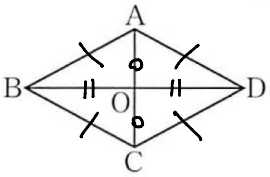
問1 上の(ア)，(イ)を証明しなさい。

(ア) △ABO と △CDO の合同で

AO = CO，BO = DO

(イ) ひし形は平行四辺形なので

対角線はそれぞれの中点で交わる。



どの三角形も合同となり

BD ⊥ AC

問2 正方形の対角線については，どんなことがいえますか。

正方形は長方形でもあるので「対角線の長さは等しい」

ひし形　〃　「対角線は垂直に交わる」

よって対角線は、長さが等しく，垂直に交わる。

四角形の対角線の性質

❶ 長方形の対角線は，長さが等しい。
❷ ひし形の対角線は，垂直に交わる。
❸ 正方形の対角線は，長さが等しく，垂直に交わる。

問3 ▱ABCD は，2つの対角線 AC，BD にどんな関係があるとき，長方形やひし形になりますか。

P.141

- 対角線の長さが等しいと長方形になる。
- 対角線が垂直に交わるとひし形になる。

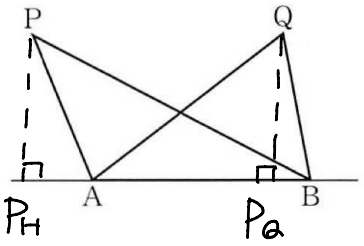
4 平行線と面積

面積を変えずに，図形の形を変える方法を学びましょう。

問1 辺 AB が共通な △PAB と △QAB があります。右の図のように，頂点 P，Q が直線 AB の同じ側にあるとき，次のことを証明しなさい。

△PAB＝△QAB ならば，PQ // AB

P.142



△PAB と △QAB の面積が等しいので，
底辺 AB が等しく，高さが P_H, P_Q が等しくなる。

$P_H = P_Q$ なので PQ // AB

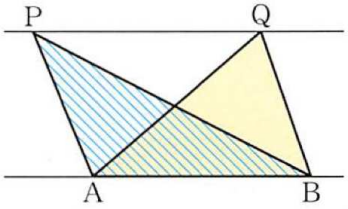
□

底辺が共通な三角形

1つの直線上の2点A，Bと，その直線の同じ側にある2点P，Qについて，

❶ PQ // AB ならば，△PAB＝△QAB

❷ △PAB＝△QAB ならば，PQ // AB



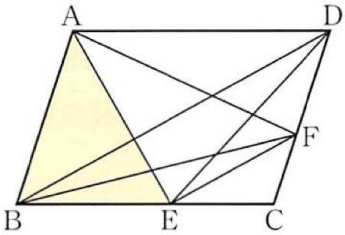
練習問題

4 平行線と面積

1 右の図で，四角形ABCDは平行四辺形で，EF // BD とします。

P.143

このとき，図の中で，△ABEと面積の等しい三角形を，すべて見つけなさい。



例 △ABE ＝ △DBE ＝ △DFB

BEを底辺で AをDへ動かす。

DBを底辺で EをFへ動かす。

‖

△DFA

DFを底辺で BをAへ動かす。

ADやAFに平行な辺はないので点Aは動かせず終了

答 △DBE，△DFB，△DFA

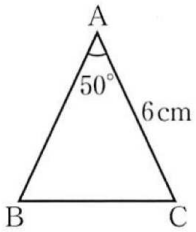
5章の基本のたしかめ

P144

1 右の図の △ABC は，AB＝AC の二等辺三角形です。
□にあてはまる数を書き入れなさい。

AB＝□cm

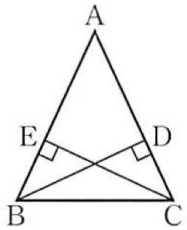
∠C＝□°



◎ 2つの辺は等しいので　AB＝AC＝6 cm //

◎ 2つの底角は等しいので　∠C＝(180－50)÷2＝65° //

2 AB＝AC の二等辺三角形 ABC があります。
B，C から，それぞれ，AC，AB に垂線 BD，CE をひくとき，
BE＝CD であることを証明しなさい。

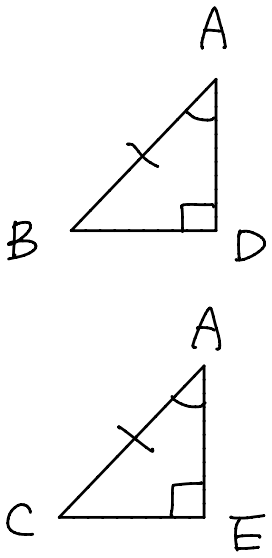


△ABD と △ACE で

AB ＝ AC　（仮定）…①

∠ADB ＝ ∠AEC　（仮定）…②

∠BAD ＝ ∠CAE　（共通）…③



①，②，③より 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので △ABD≡△ACE。

合同な図形では，対応する辺の長さが等しいので，BE＝CD □

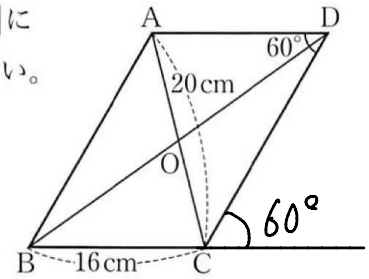
3 右の図の ▱ABCD で，□に あてはまる数を書き入れなさい。

AD＝□cm

OA＝□cm

∠ABC＝□°

∠BCD＝□°



◎ 向かいあう辺の長さは等しいので AD＝16cm

◎ 対角線はそれぞれの中点で交わるので OA＝10cm

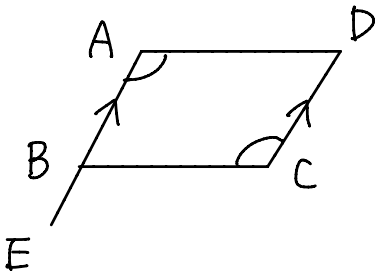
◎ 向かいあう角の大きさは等しいので ∠ABC＝60°

◎ AD∥BCの錯角より ∠BCD＝180°−60°＝120°

4 次の四角形は，平行四辺形であるといえますか。

(1) AB∥DC，∠A＝∠C である四角形 ABCD

(2) AD∥BC，AB＝CD である四角形 ABCD



AB∥DCより

∠C＝∠EBC

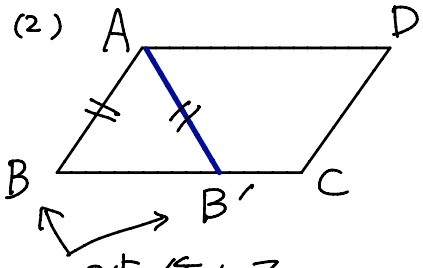
仮定より ∠A＝∠C

なので ∠A＝∠EBC

で同位角が等しく

AD∥BCで平行四辺形

(2)



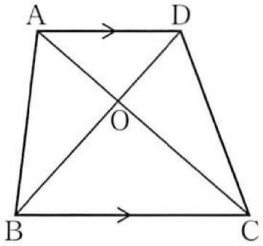
2点作れて

B′CDAは

平行四辺形

ではない。

5 右の図で，AD∥BC であるとき，面積が等しい三角形の組をすべて見つけなさい。



◎ △ABC＝△DBC

BC底辺で A→Dへ

◎ この2つの三角形に共通している△OBCを（△OADでも同じ）除いた三角形。

△ABO＝△DOC

◎ △ADB＝△ADC

AD底辺で B→Cへ

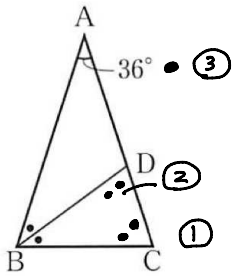
答 △ABC と △DBC

△ADB と △ADC

△ABO と △DOC

5章の章末問題

1 頂角 ∠A の大きさが 36° の二等辺三角形 ABC で，底角 ∠B の二等分線が辺 AC と交わる点を D とします。
BC＝5cm のとき，BD，AD の長さを求めなさい。

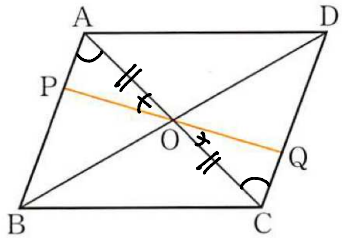


① AB = AC なので 2つの底角
∠ABC = ∠ACB = (180−36)÷2 = 72° = 2●

② ●1つの大きさ = 72÷2 = 36° よって ∠A = ● で
外角の性質より ∠BDC = 2● よって △DBC は二等辺三角形
なので BD = BC = 5cm //

③ △DAB は ∠DAB = ∠DBC = ● の二等辺三角形より
AD = BD = 5cm //

2 ▱ABCD で，右の図のように，対角線の交点 O を通る直線をひき，2 辺 AB，CD との交点を，それぞれ P，Q とします。
このとき，OP＝OQ となることを証明しなさい。



△APO と △CQO で
AO = CO (平行四辺形の対角線) … ①
∠PAO = ∠QCO (AB//DC の錯角) … ②
∠POA = ∠QOC (対頂角) … ③

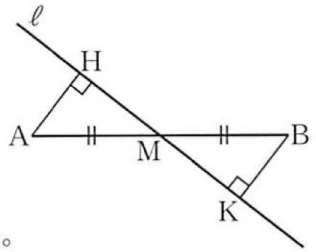
①，②，③より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△APO ≡ △CQO

合同な図形では，対応する辺の長さが等しいので
OP = OQ □

3 線分 AB の中点 M を通る直線 ℓ に，線分の両端(りょうたん) A，B から，それぞれ，垂線 AH，BK をひきます。

(1) AH＝BK であることを証明しなさい。

(2) 四角形 AKBH はどんな四角形になりますか。



(1) △AMH と △BMK で

AM = BM （仮定） … ①

∠AHM = ∠BKM （仮定） … ②

∠AMH = ∠BMK （対頂角） … ③

①，②，③より 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△AMH ≡ △BMK

合同な図形では，対応する辺の長さが等しいので

AH = BK □

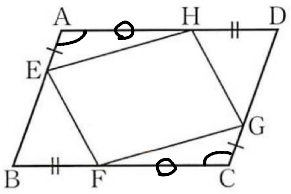
(2) 仮定の AM = BM，(1)の AH = BK より 対角線がそれぞれの中点で交わるので 四角形AKBH は、平行四辺形 //

4 ▱ABCD の辺 AB，BC，CD，DA 上に，それぞれ，点 E，F，G，H を，

AE＝CG，BF＝DH

となるようにとります。

このとき，四角形 EFGH は，どんな四角形になりますか。



△AEH と △CGF で

AE = CG （仮定） … ①

∠EAH = ∠GCF （平行四辺形） … ②

AH = CF （AD − HD = CB − BF） … ③

①，②，③より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△AEH ≡ △CGF

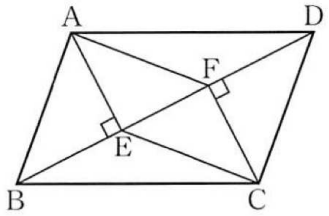
合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので EH = GF … ④

同様にして、△EBF ≡ △GDH より EF = GH … ⑤

④，⑤より 2組の辺がそれぞれ等しいので

四角形 EFGH は 平行四辺形である □

5 ▱ABCD で，A，C から，対角線 BD へ，それぞれ，垂線 AE，CF をひきます。このとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



△ABE と △CDF で

AB = CD （平行四辺形）… ①

∠ABE = ∠CDF（AB∥DCの錯角）… ②

∠AEB = ∠CFD（仮定）… ③

①，②，③より 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので

△ABE ≡ △CDF

合同な図形では、対応する辺の長さが等しいので AE = CF … ④

③より ∠AEF = ∠CFE で錯角が等しいので AE∥FC … ⑤

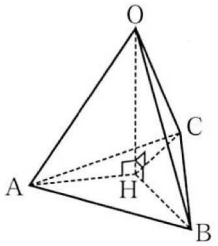
④，⑤より 1組の辺が等しく平行なので 四角形 AECF は

平行四辺形である □

6 OA = OB = OC の三角錐（さんかくすい） OABC があります。頂点 O から，底面 ABC に垂線 OH をひくとき，

AH = BH = CH

であることを証明しなさい。



△OAH と △OBH で

OA = OB （仮定）… ①

OH = OH （共通）… ②

∠OHA = ∠OHB = 90°（仮定）… ③

①，②，③より 斜辺と他の1辺がそれぞれ

等しいので，△OAH ≡ △OBH

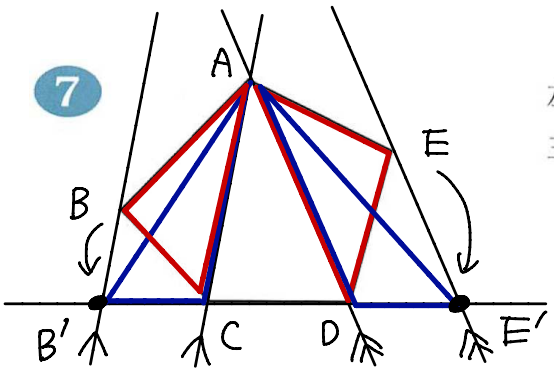
合同な図形では、対応する辺の長さが等しいので

AH = BH。… ④

△OAH と △OCH で 同様にして AH = CH … ⑤

④，⑤より AH = BH = CH □

7



左の図の五角形と面積の等しい三角形をかきなさい。

Bを通りACに平行な線，Eを通りADに平行な線とCDの延長線との交点をB′，E′とする。

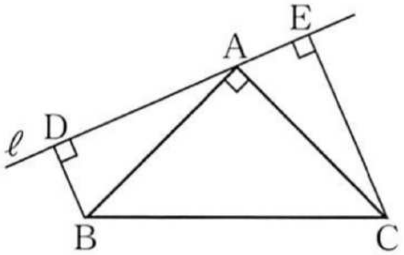
AC // BB′ より △ABC = △AB′C
AD // EE′ より △AED = △AE′D
と等積変形できる。

∴ 五角形ABCDE = △ABC + △ACD + △AED
= △AB′C + △ACD + △AE′D = △AB′E′ //

線分の長さの関係は？

千思万考 ～せんしばんこう～

右の図のように，∠A = 90° の直角二等辺三角形ABCと点Aを通る直線ℓがあります。
点B，Cから，直線ℓに，それぞれ，垂線BD，CEをひいたときについて考えます。

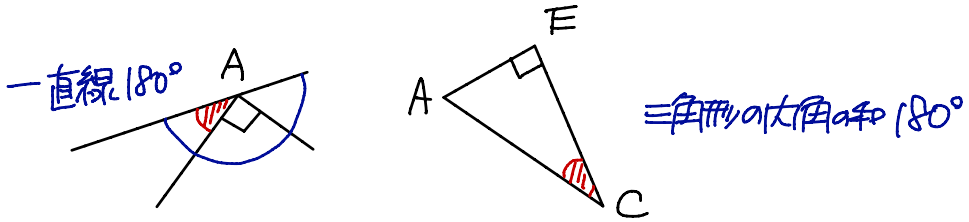


1. △ABD ≡ △CAE であることを証明しましょう。

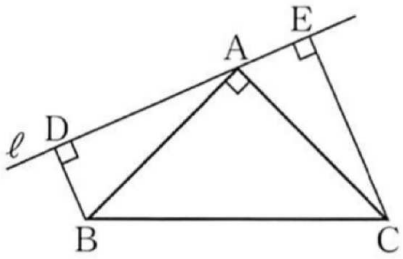
△ABD と △CAE で
AB = CA （仮定） … ①
∠ADB = ∠CEA （仮定） … ②
∠DAB = 180 − 90 − ∠CAE = ∠ECA … ③
①，②，③より 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので
△ABD ≡ △CAE □

Point

180−90−∠CAEの2つの表現



右の図のように，∠A＝90° の直角二等辺三角形 ABC と点 A を通る直線 ℓ があります。
点 B，C から，直線 ℓ に，それぞれ，垂線 BD，CE をひいたときについて考えます。



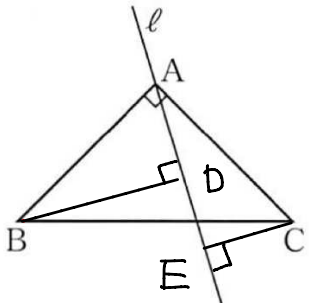
2. BD＋CE＝DE であることを証明しましょう。

1. △ADB ≡ △CEA より
対応する辺の長さは等しいので
BD = AE , DA = EC 。
よって
BD + CE = AE + DA = DE □

Point

等式を変形させて証明する流れ

こんどは，右の図のように，点 A を通る直線 ℓ が，△ABC の内部を通るときについて考えます。
上の場合と同じように，点 B，C から，直線 ℓ に，それぞれ，垂線 BD，CE をひきます。

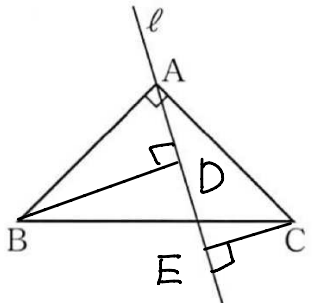


3. 点 D，E を図にかき入れましょう。

Point

入試では，「自作の図」が必要な場合もタくあります。
情報をよみとって分く訓練をしておこう！

こんどは，右の図のように，点 A を通る直線 ℓ が，△ABC の内部を通るときについて考えます。上の場合と同じように，点 B，C から，直線 ℓ に，それぞれ，垂線 BD，CE をひきます。



3. 点 D，E を図にかき入れましょう。

4. 3 つの線分 BD，CE，DE の長さの間には，どんな関係があるでしょうか。

△ABD と △CAE で

AB = CA（仮定）… ①

∠ADB = ∠CEA = 90° … ②

∠BAD = 90° − ∠CAE （△ABC）

= 180° − 90° − ∠CAE （△CAE）
（∠CEA）

= ∠ACE … ③

①，②，③より 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので △ABD ≡ △CAE

合同な図形では対応する辺の長さが等しいので

BD = AE … ④

AD = CE … ⑤

④，⑤より

BD = AE = AD + DE

= CE + DE

∴ BD = CE + DE //

↑ 移項した式もok!

この千思万考のように

「イコールでつなげる証明」

は，入試＋高校でも必須事項となります！